Vamos então aplicar os diagramas de Argand ao estudo da resposta em frequência de uma malha RC

Objetivo: chegar à função de transferência do circuito

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\omega) = \dfrac{V_s(t)}{V_e(t)} = \dfrac{|\vec{V_s}(t)|}{|\vec{V_e}(t)|} \\ \phi(\omega) \equiv \text{diferença de fase da saída em relação à entrada.} \end{array} \right.$$

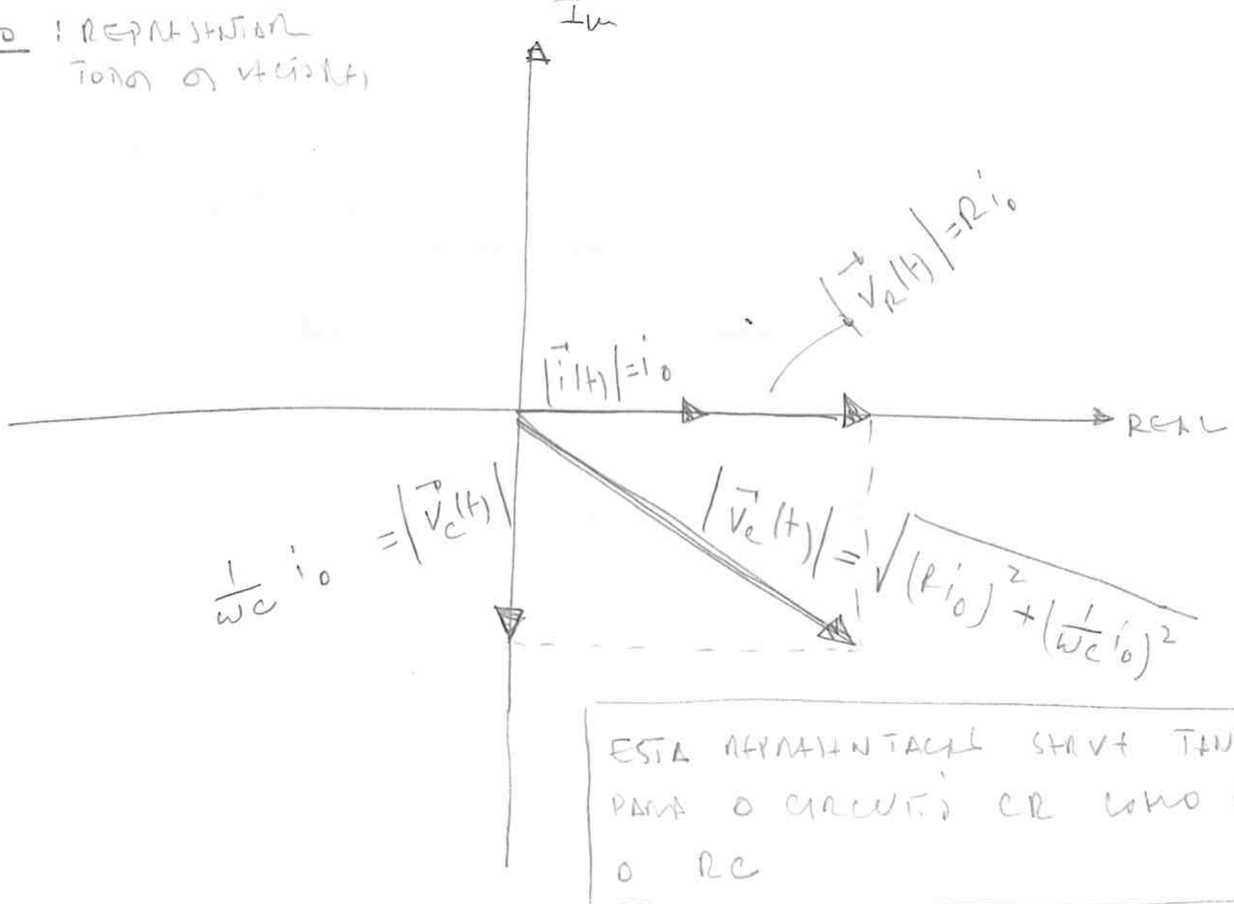
Malha RC no sentido de poder ser o circuito RC mas também o CR

<u>1º passo</u>: Escolher o instante de tempo da representação de Argand

Vou escolher <u>$i(t) = 0$</u> (mas posso escolher outro qualquer!)

$$\boxed{i(t) = i_0 \operatorname{sen}(\omega t)}$$

<u>2º passo</u>: Representar todos os vectores



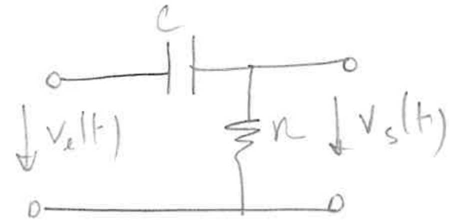
Esta representação serve tanto para o circuito CR como para o RC

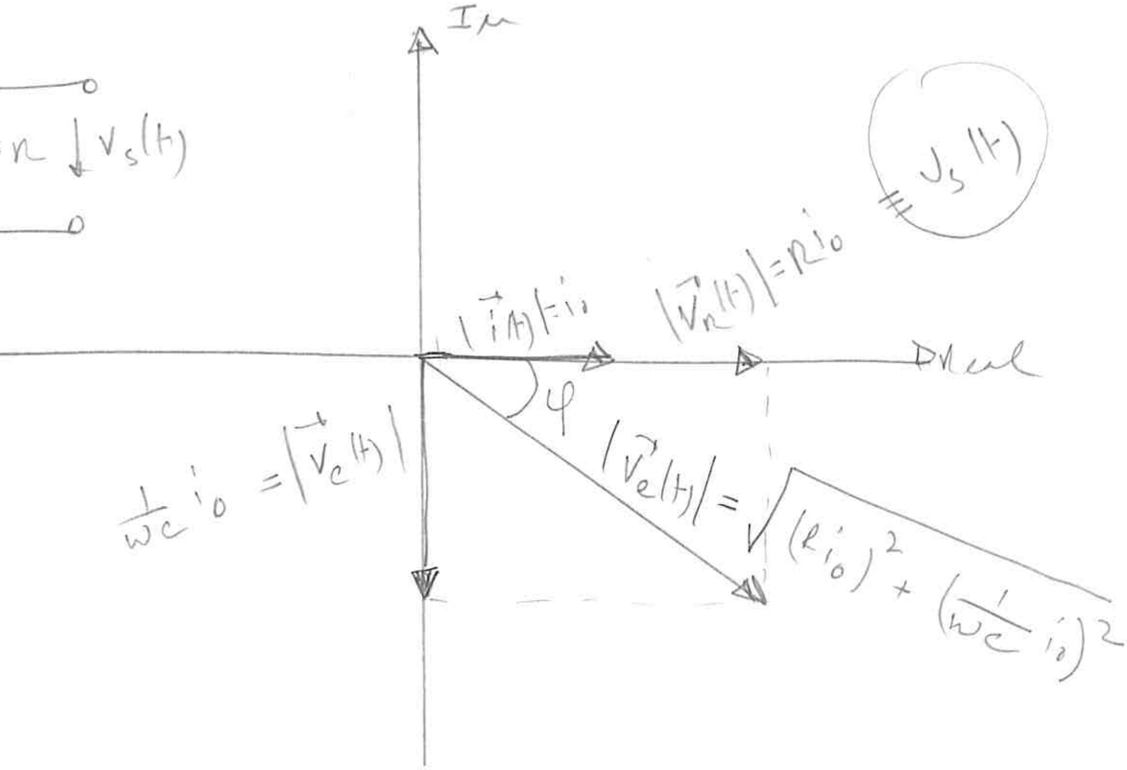
3º PASSO : IDENTIFICAR $V_s(t)$

CIRCUITO CR $\Rightarrow$ $V_s(t) = V_R(t)$

" RC $\Rightarrow$ $V_s(t) = V_c(t)$

COMECEMOS PELO CIRCUITO CR





ENTÃO:

$$f(w) = \frac{|\vec{V}_s(t)|}{|\vec{V}_e(t)|} = \frac{|\vec{V}_R(t)|}{|\vec{V}_e(t)|} = \frac{R i_0}{\sqrt{(R i_0)^2 + (\frac{1}{wC} i_0)^2}} =$$

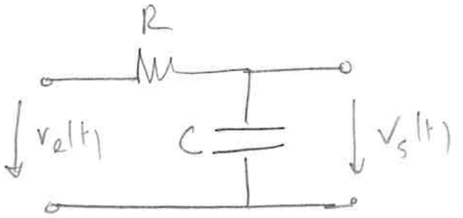
$$= \frac{R \cancel{i_0}}{\cancel{i_0}\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}} = \frac{\cancel{R}}{\cancel{R}\sqrt{1 + (1/wRC)^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (1/wRC)^2}}$$

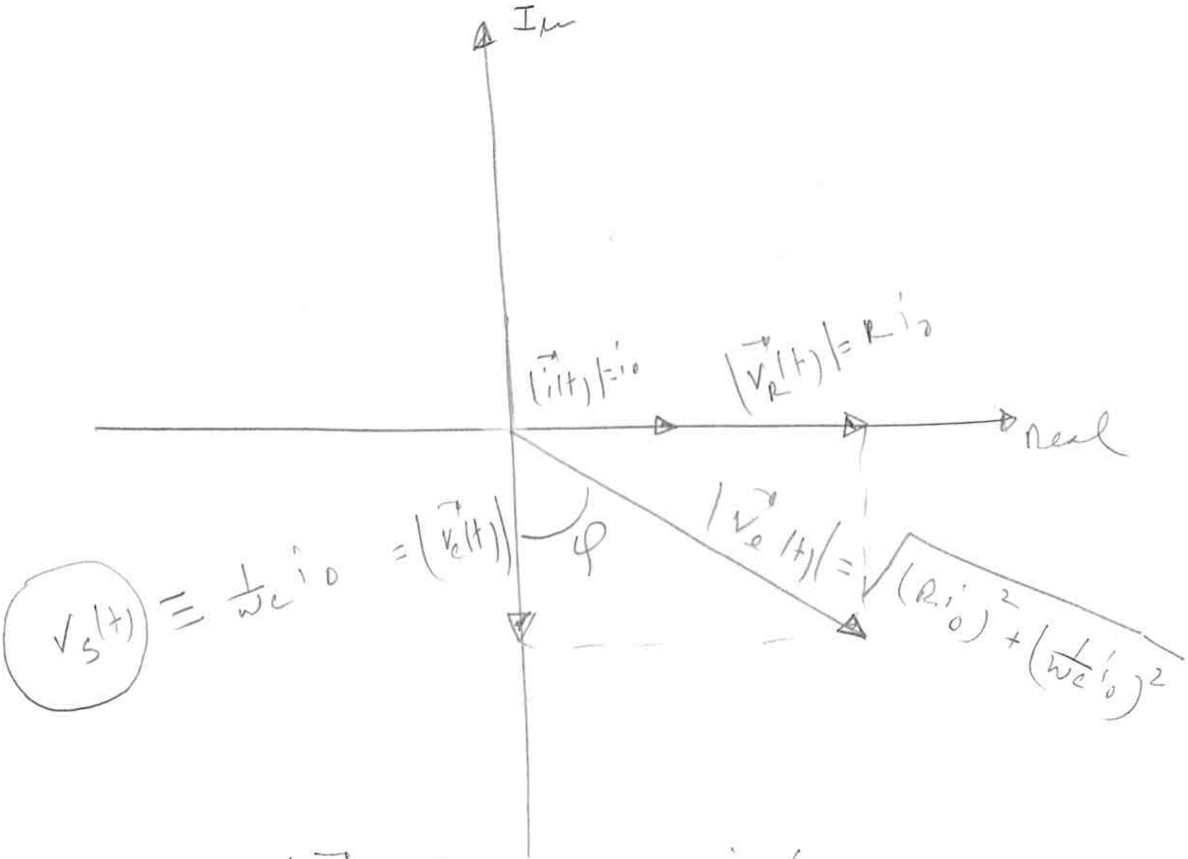
$$\phi(w) = +\varphi = tg^{-1}\left(\frac{\cancel{i_0}/wC}{R\cancel{i_0}}\right) = tg^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)$$

(ÂNGULO DA SAÍDA EM RELAÇÃO À ENTRADA) PORQUE SAÍDA ESTÁ ADIANTADA EM REL. À ENT.

QUAL É A DIFERENÇA NO CIRCUITO RC ?



AGORA : $v_s(t) = v_c(t)$



$$f(w) = \frac{|\vec{v}_s(t)|}{|\vec{v}_e(t)|} = \frac{|\vec{v}_c(t)|}{|\vec{v}_e(t)|} = \frac{i_0/wC}{\sqrt{(R i_0)^2 + (i_0/wC)^2}} =$$

$$= \frac{\cancel{i_0/wC}}{\cancel{i_0/wC}\sqrt{(wCR)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (wRC)^2}}$$

$$\phi(w) = -\varphi = -tg^{-1}\left(\frac{R \cancel{i_0}}{1/wC \, \cancel{i_0}}\right) = -tg^{-1}(wRC)$$

PORQUE A SAÍDA ESTÁ ATRASADA EM RELAÇÃO À ENTRADA

RESUMINDO :

CIRCUITO RC

$$\begin{cases} f(w) = \dfrac{1}{\sqrt{1+(wRC)^2}} \\ \phi(w) = -tg^{-1}(wRC) \end{cases}$$

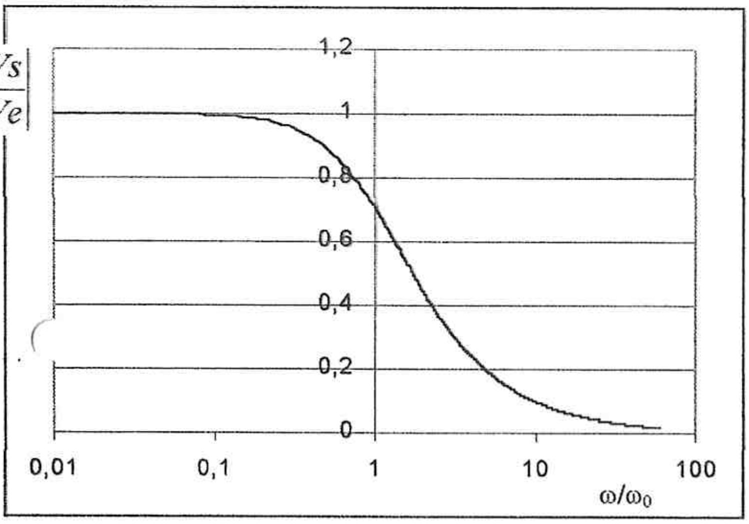
CIRCUITO CR

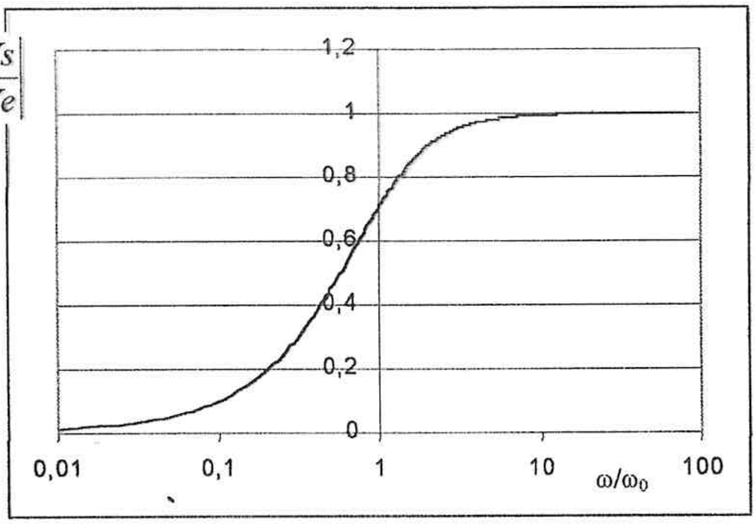
$$f(w) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{wRC}\right)^2}}$$

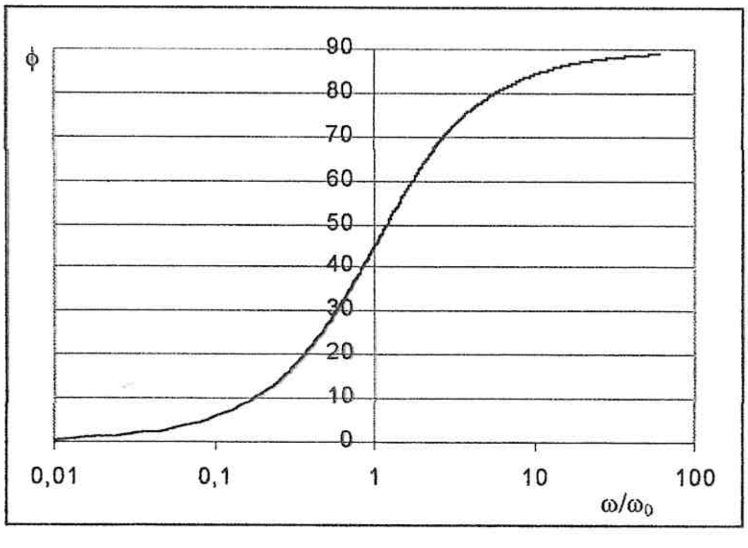
$$\phi(w) = tg^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)$$

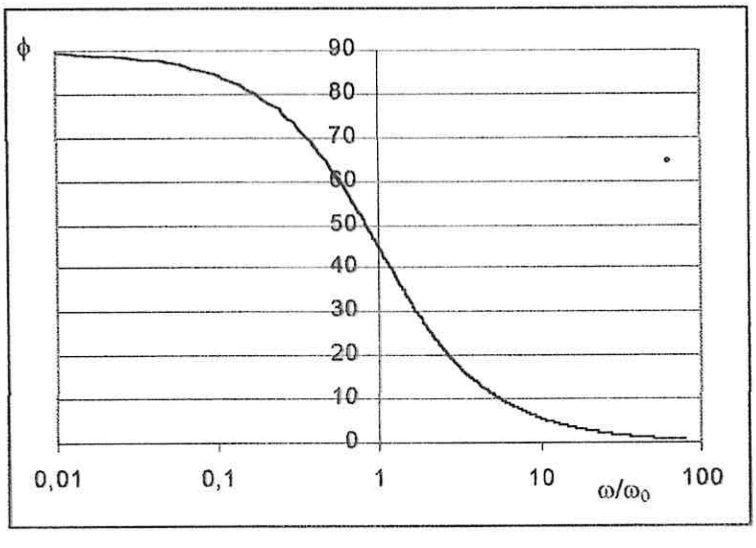
CIRCUITO RC

CIRCUITO CR







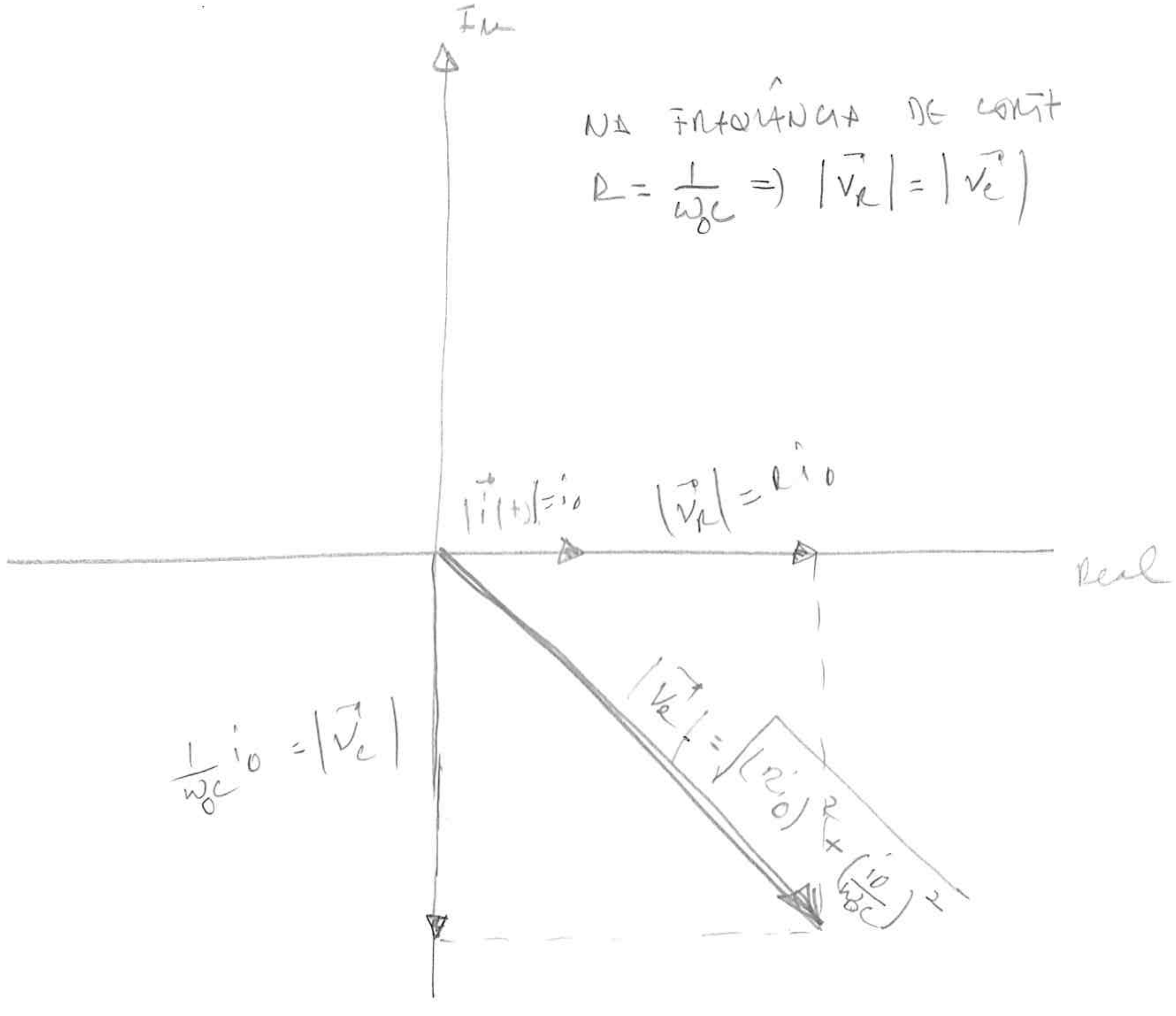


SE REPARARAM NA ESCALA ANTERIOR O QUE LÁ ESTÁ É ω/ω_0, E

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \equiv \text{FREQUÊNCIA DE CORTE DO FILTRO}$$

ESTA É A FREQUÊNCIA À QUAL A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO FILTRO VALE $1/\sqrt{2}$.

O QUE QUER ISTO DIZER?



COMO $|\vec{V}_R| = |\vec{V}_C| = i_0 \alpha$ $\left(\text{COM } \alpha = R = \frac{1}{\omega_0 C}\right)$

$$f(\omega_0) = \frac{|\vec{V}_s|}{|\vec{V}_e|} = \frac{i_0 \alpha}{\sqrt{\alpha^2 i_0^2 + \alpha^2 i_0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \quad |\phi(\omega_0)| = 45^\circ$$

REPAREM QUE:

$$\vec{V}_e(t) = \vec{V}_R(t) + \vec{V}_C(t)$$

MAS

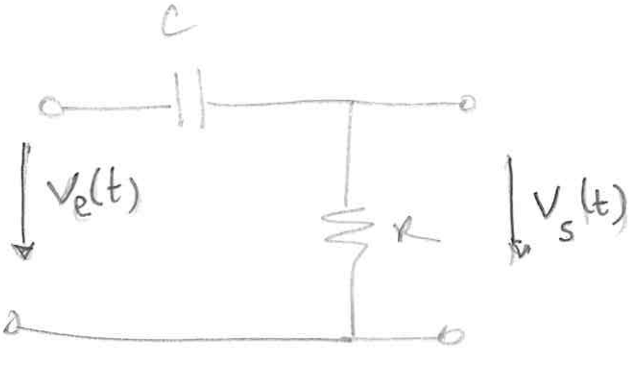
$V_e(t) = V_R(t) + V_C(t)$ **MAS** $(V_e)_{PICO} \neq (V_R)_{PICO} + (V_C)_{PICO}$

EXERCÍCIO: ① CALCULAR A FREQUÊNCIA DE CORTE DE UM FILTRO CR ($R = 10\ k\Omega$; $C = 10\ nF$)

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{10\times10^3\times10\times10^{-9}} = 10^4 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\left(f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \simeq 1600 \text{ Hz} \right)$$

② CALCULAR A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO FILTRO E A DIFERENÇA DE FASE DA SAÍDA RELATIVAMENTE À ENTRADA PARA UMA FREQUÊNCIA DE 3 kHz, ATRAVÉS DE UM DIAGRAMA DE ARGAND PARA O INSTANTE $t = T/4$

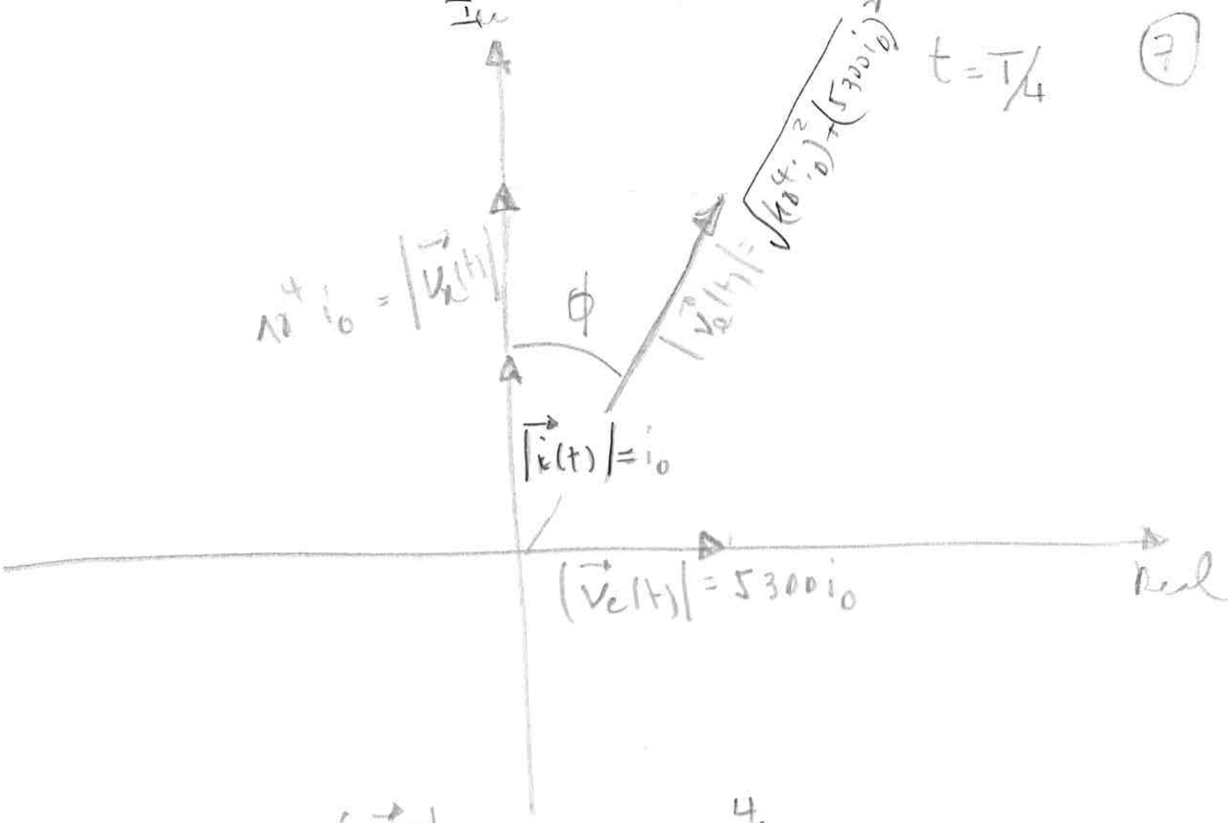


$$X_R = R = 10\ k\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\times3\times10^3\times10\times10^{-9}}$$

$$\simeq 5300\ \Omega$$

SABENDO QUE ESTAMOS ACIMA DA FREQUÊNCIA DE CORTE ESTE VALOR É RAZOÁVEL?



$$f(\omega) = \frac{|\vec{V}_s(t)|}{|\vec{V}_e(t)|} = \frac{|\vec{V}_R(t)|}{|\vec{V}_e(t)|} = \frac{10^4 i_0}{\sqrt{(10^4 i_0)^2 + (5300 i_0)^2}} =$$

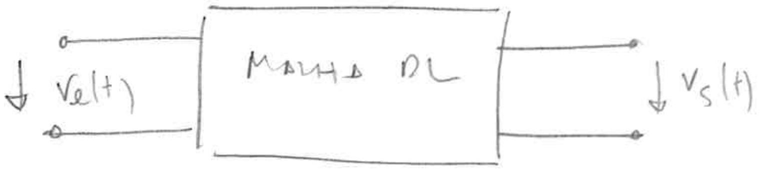
$$= \frac{10^4}{\sqrt{(10^4)^2 + (5300)^2}} \simeq 0.88$$

É RAZOÁVEL?
$(\omega/\omega_0 \simeq 1.9)$

$$\phi(\omega) = + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{5300\, \cancel{i_0}}{10^4\, \cancel{i_0}}\right) \simeq 30^\circ$$

É RAZOÁVEL?

VAMOS AGORA APLICAR OS DIAGRAMAS DE ARGAND AO ESTUDO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE UMA MALHA RL

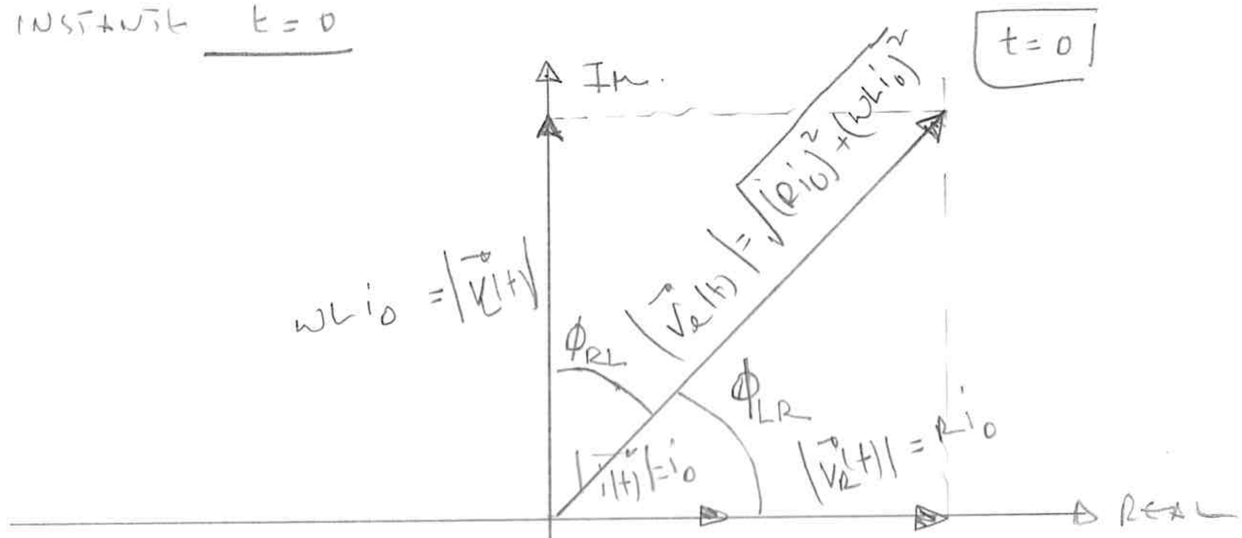


PRETENDEMOS MAIS UMA VEZ CHEGAR A:

$$f(w) = \frac{V_s(t)}{V_e(t)} = \frac{|\vec{V}_s(t)|}{|\vec{V}_e(t)|}$$

$\phi(w) \equiv$ DIF. FASE DA SAÍDA RELATIV. À ENTRADA

VAMOS FAZER A REPRESENTAÇÃO DO DIAGRAMA DE ARGAND NO INSTANTE $t = 0$



CIRCUITO RL

$$f(w) = \frac{|\vec{V}_L(t)|}{|\vec{V}_e(t)|} = \frac{wLi_0}{\sqrt{(Ri_0)^2 + (wLi_0)^2}} =$$

$$= \frac{wLi_0}{wLi_0\sqrt{1 + (R/wL)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (R/wL)^2}}$$

$$\phi(w) = \phi_{RL} = + tg^{-1}\left(\frac{Ri_0}{wLi_0}\right) = tg^{-1}\left(\frac{R}{wL}\right)$$

CIRCUITO LR

$$f(w) = \frac{|\vec{V}_R(t)|}{|\vec{V}_e(t)|} = \frac{Ri_0}{\sqrt{(Ri_0)^2 + (wLi_0)^2}} =$$

$$= \frac{Ri_0}{Ri_0\sqrt{1 + (wL/R)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (wL/R)^2}}$$

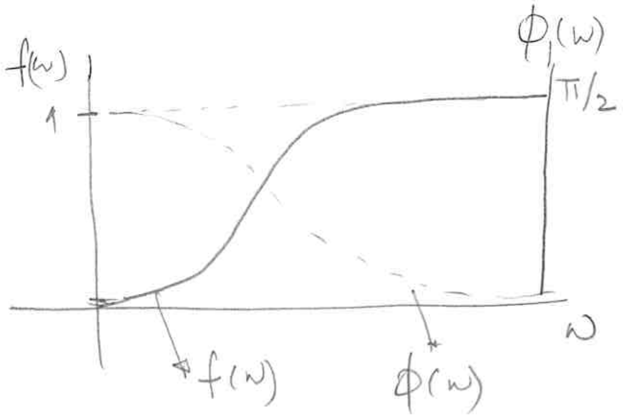
$$\phi(w) = \phi_{LR} = - tg^{-1}\left(\frac{wLi_0}{Ri_0}\right) = - tg^{-1}\left(\frac{wL}{R}\right)$$

VEMOS ASSIM QUE:

CIRCUITO RL

$$\begin{cases} \lim\limits_{\omega \to 0} f(\omega) = 0 \\ \lim\limits_{\omega \to 0} \phi(\omega) = +\pi/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{\omega \to \infty} f(\omega) = 1 \\ \lim\limits_{\omega \to \infty} \phi(\omega) = 0 \end{cases}$$

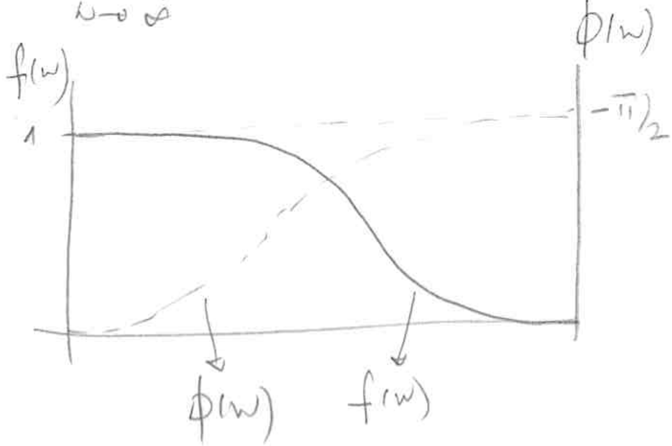


$\boxed{\text{FILTRO PASSA-ALTO}}$

CIRCUITO LR

$$\begin{cases} \lim\limits_{\omega \to 0} f(\omega) = 1 \\ \lim\limits_{\omega \to 0} \phi(\omega) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{\omega \to \infty} f(\omega) = 0 \\ \lim\limits_{\omega \to \infty} \phi(\omega) = -\pi/2 \end{cases}$$



$\boxed{\text{FILTRO PASSA-BAIXO}}$

$$\boxed{\omega_0 = R/L}$$

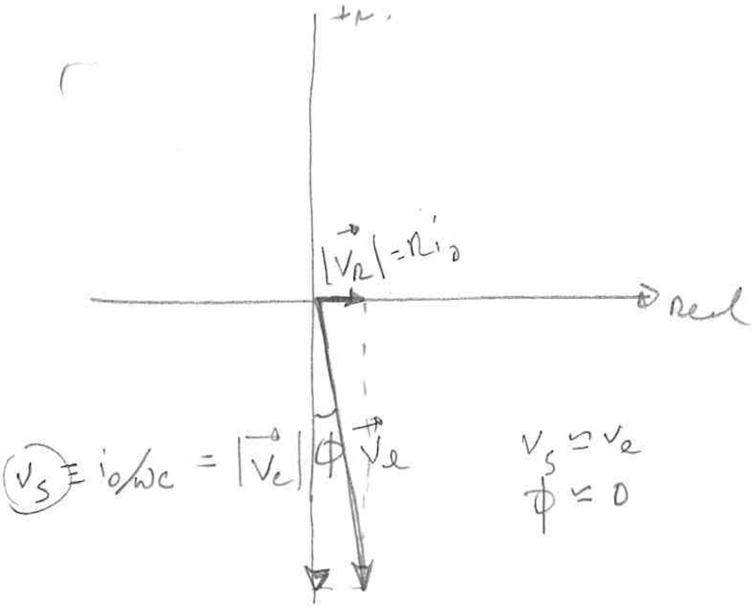
VAMOS AGORA TENTAR ENTENDER COMO FICAM OS DIAGRAMAS DE ARGAND DOS FILTROS NOS DOIS LIMITES

$\omega \ll \omega_0$ e $\omega \gg \omega_0$

$\boxed{\omega \ll \omega_0}$

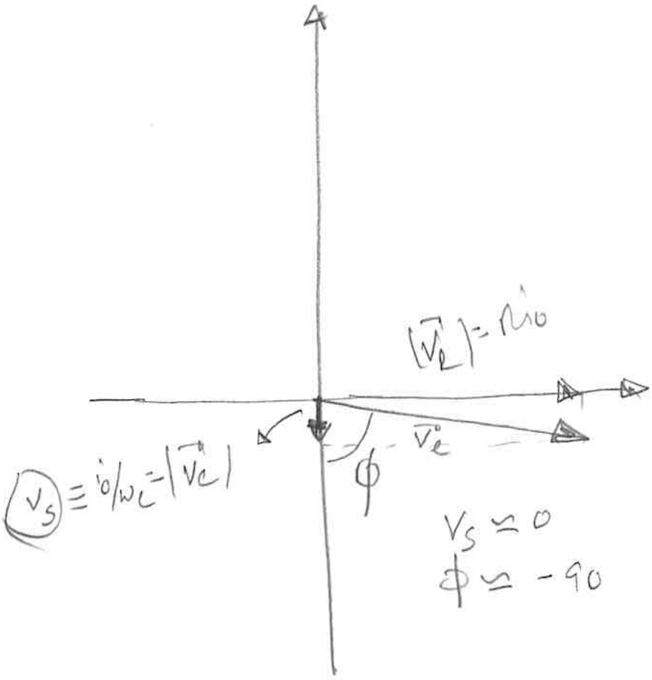
CIRCUITO RC

SE $\omega \ll \omega_0 \Rightarrow \boxed{X_C \gg X_R}$



$\boxed{\omega \gg \omega_0}$

$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow \boxed{X_C \ll X_R}$



CIRCUITO CR